

# PREFÁCIO

No primeiro volume de *Equações Diferenciais Aplicadas* iniciamos a investigação do tópico *Equações Diferenciais*, estudando tanto equações diferenciais como técnicas para a resolução destas equações que podem ser classificadas como envolvendo um grau de complexidade que varia de baixo a médio. Entretanto, outras equações diferenciais aparecem com frequência em Física, Química, Engenharias e Biologia, e métodos mais sofisticados para a resolução destas equações diferenciais precisam ser utilizados. Sendo assim, no presente volume técnicas como transformadas de Laplace e Fourier, além do tópico de funções de Green, são apresentadas, e equações diferenciais parciais, além das ordinárias a que já estamos acostumados, são investigadas. Outro tópico importante envolve o estudo de sistemas de equações diferenciais acopladas, com seus respectivos métodos de resolução. A estruturação deste volume foi feita procurando manter uma ordem crescente de dificuldade entre os assuntos, e ele está dividido como segue.

O capítulo 8 trata da transformada de Laplace, que é uma ferramenta importante na resolução de equações diferenciais envolvendo condições iniciais. Várias propriedades relacionadas à transformada de Laplace são vistas na seção 8.2, e as seções 8.3 e 8.4 introduzem duas funções importantes do ponto de vista matemático, a função de Heaviside (ou função degrau), e a função delta de Dirac. Em seguida, a transformada inversa de Laplace é definida na seção 8.5, e a operação de convolução, útil para a resolução de equações diferenciais e ligada à inversão de transformadas de Laplace, é definida na seção 8.6. O método de resolução de equações diferenciais utilizando a transformada de Laplace é discutido na seção 8.7.

Aplicações da transformada de Laplace em equações diferenciais importantes são vistas no capítulo 9, iniciando com algumas equações diferenciais lineares com coeficientes variáveis, na seção 9.1, passando por aplicações em sistemas mecânicos, na seção 9.2, onde vemos osciladores amortecidos, e terminando com aplicações em sistemas elétricos, na seção 9.3. Outras aplicações vão aparecer ao longo dos próximos capítulos, pois a transformada de Laplace também pode ser usada em equações diferenciais parciais.

Sistemas de equações diferenciais acopladas e operadores lineares são vistos no capítulo 10. A seção 10.1 apresenta definições iniciais importantes a este tópico, e ela é seguida pela seção 10.2, que estabelece os operadores diferenciais. Continuando, a

---

seção 10.3 apresenta o modo de resolução de sistemas de equações com coeficientes constantes usando operadores diferenciais, a seção 10.4 mostra o método matricial que pode ser usado para equações lineares de primeira ordem, tanto para duas variáveis dependentes (seção 10.4.1), como para três (seção 10.4.2). A seção 10.5 ilustra o uso das transformadas de Laplace para a resolução de sistemas acoplados, e a seção 10.6 introduz o operador de Sturm-Liouville. Alguns teoremas importantes relacionados à existência e unicidade das soluções de sistemas acoplados são vistos na seção 10.7, e o capítulo se encerra com a apresentação de alguns métodos de resolução de equações diferenciais não lineares, na seção 10.8.

O capítulo 11 apresenta aplicações das ideias desenvolvidas no capítulo 10, estudando sistemas acoplados envolvendo equações diferenciais de primeira ordem, na seção 11.1, onde são vistos um circuito RL (seção 11.1.1), o movimento de uma carga num campo magnético homogêneo (seção 11.1.2) e um problema de mistura de fluidos (seção 11.1.3). Depois, são estudados sistemas envolvendo equações diferenciais de segunda ordem, na seção 11.2, onde são investigados os problemas de movimento sob a ação de força central (seção 11.2.1), osciladores harmônicos acoplados (seções 11.2.2 e 11.2.3), e pêndulos de torção acoplados (seção 11.2.4). Por fim, alguns sistemas envolvendo equações diferenciais não lineares são investigados na seção 11.3.

Iniciamos o estudo das equações diferenciais parciais no capítulo 12. Algumas equações diferenciais simples são investigadas na seção 12.1, e o método de separação de variáveis é apresentado na seção 12.2. Aspectos formais relativos às equações diferenciais parciais lineares de segunda ordem são discutidos na seção 12.3.

O capítulo 13 continua com a investigação de equações diferenciais parciais, iniciando com a apresentação da equação de onda, na seção 13.1. A equação de Laplace é apresentada na seção 13.2, e ela é investigada em coordenadas retangulares na seção 13.3, em coordenadas esféricas na seção 13.4, e em coordenadas cilíndricas na seção 13.5. Em seguida, vemos a equação de Schrödinger, na seção 13.6, a equação de difusão, na seção 13.7, e a equação do calor, na seção 13.8.

Além da transformada de Laplace, outra operação matemática, a transformada de Fourier, é extremamente útil na resolução de equações diferenciais ordinárias e parciais. Este tópico é visto no capítulo 14, onde são definidas as transformadas direta e inversa, na seção 14.1, são apresentadas várias propriedades relativas às transformadas, na seção 14.2, e é discutido o método de utilização das transformadas na resolução de equações diferenciais ordinárias, na seção 14.3. A seção 14.4 estende a ideia de transformada de Fourier para espaços  $n$ -dimensionais, e a aplicação destas transformadas em equações diferenciais parciais é vista na seção 14.5, onde são estudadas as equações de onda (seção 14.5.1), do calor (seção 14.5.2) e de Poisson (seção 14.5.3).

As funções de Green são vistas no capítulo 15. Iniciamos resolvendo alguns exemplos em que naturalmente surgem as funções de Green, na seção 15.1, envolvendo um oscilador harmônico (seção 15.1.1), um circuito RC (seção 15.1.2) e uma corda sujeita a uma carga externa (seção 15.1.3). O formalismo de funções de Green é estabelecido na seção 15.2, e a aplicação em algumas equações diferenciais importantes é vista na seção 15.3, envolvendo a equação de onda (seção 15.3.1), a equação do calor (seção 15.3.2)

e as equações de Helmholtz e Poisson (seção 15.3.3).

Espero que o livro contribua para uma melhor compreensão dos fenômenos físicos, que ele responda a possíveis perguntas e dúvidas e, principalmente, que estimule a formulação de novas, despertando a curiosidade pela pesquisa, tanto teórica quanto experimental. Como sempre, parablenizo a Todapalavra Editora pelo excelente trabalho editorial realizado e solicito que sugestões, críticas e comentários sejam enviados a ela ou diretamente a mim.

Este volume é dedicado à Anna, minha filha.

*Kleber Daum Machado*  
*Departamento de Física*  
*Universidade Federal do Paraná*  
*kleber@fisica.ufpr.br*  
*<http://fisica.ufpr.br/kleber>*  
*20 de abril de 2018*

---