

PREFÁCIO

O tópico *Equações Diferenciais* é bastante amplo e envolve não só uma teoria matemática formal como também uma quantidade muito grande de aplicações em várias áreas diferentes do conhecimento, em particular em Física, em Química, em Engenharias e em Biologia, e nas interrelações entre estas áreas, envolvendo eventualmente outras, como Economia. De fato, uma parte relevante do desenvolvimento das equações diferenciais se deve a estas aplicações, que impulsionaram o desenvolvimento e a formalização de métodos para resolução das equações diferenciais. Por causa disso, a produção de livros apresentando este e outros tópicos nas mais variadas formas e enfoques deve ser incentivada, em particular por autores brasileiros, visto que a bibliografia especializada em temas científicos escrita em língua portuguesa ainda é pequena, principalmente em áreas muito específicas. Sendo assim, este livro pretende se apresentar como uma pequena contribuição à área, procurando apresentar os assuntos aos leitores de uma forma bastante detalhada, com vários exemplos de aplicação principalmente em Física, dada a formação do autor, mas procurando incluir também exemplos envolvendo outras áreas científicas relevantes. Acredito serem esses os principais diferenciais do livro, além do fato de estar escrito em nossa língua, o que possivelmente facilitará a sua utilização por parte dos alunos de disciplinas ligadas à teoria formal ou que utilizam equações diferenciais, em particular por aqueles que estejam em início de cursos de graduação.

A estruturação do livro foi pensada de forma que a complexidade matemática nos assuntos tratados fosse em geral crescente ao longo dos capítulos em que a teoria formal é vista. Também, de forma correspondente, as aplicações relativas às ideias vistas em cada capítulo teórico geralmente crescem em complexidade. Inicialmente, a previsão era de que todos os tópicos a serem estudados formariam um único volume. Porém, à medida que o texto foi sendo escrito, novas aplicações foram surgindo e, tendo em mente a meta de procurar demonstrar claramente todas as passagens efetuadas, o texto cresceu e teve que ser separado em dois volumes. O primeiro volume, que é o que está presentemente em suas mãos, está dividido como segue.

O capítulo 1 é uma rápida introdução às equações diferenciais, apresentando as definições e conceitos elementares necessários ao posterior desenvolvimento da teoria. Dada a óbvia relação com o assunto, uma apresentação detalhada do conceito de derivada e suas interpretações em termos de geometria e de taxa de variação são discutidas, tanto para derivadas ordinárias quanto parciais. É importante notar que os conceitos apresentados nesse capítulo serão utilizados ao longo de todo o livro.

O capítulo 2 é dedicado às equações diferenciais de primeira ordem. Nele são apresentados vários métodos apropriados a tipos diferentes de equações diferenciais de primeira ordem. Em particular, apresento as equações diferenciais de primeira ordem separáveis (seção 2.1), as homogêneas (seção 2.2) e as exatas (seção 2.3), já introduzindo a ideia de fator integrante, que será utilizado em seguida, na parte em que as equações diferenciais lineares de primeira ordem são estudadas (seção 2.4). Na sequência, na seção 2.5, algumas equações diferenciais de primeira ordem especiais, a saber, as equações de Bernoulli, Riccati, Clairaut e d'Alembert, são discutidas. O capítulo se encerra apresentando algumas propriedades e substituições úteis relacionadas a equações diferenciais de primeira ordem (seção 2.6).

As aplicações relacionadas às equações diferenciais de primeira ordem são apresentadas no capítulo 3, que trata de temas relacionados à Geometria, discutindo curvas oblíquas e ortogonais a uma curva dada (seção 3.1), passando então a discutir, em sequência, problemas mecânicos envolvendo deslizamentos e rolamentos num plano inclinado (seções 3.2.1 e 3.2.2); movimentos verticais como queda livre e lançamento vertical, além de velocidade de escape (seção 3.2.3); lançamento de projéteis (seção 3.2.4); movimento de foguetes (seção 3.2.5); estática de sólidos (seção 3.2.6); e estática e dinâmica de fluidos (seções 3.2.7 e 3.2.8). Em seguida são investigados circuitos RC e RL (seções 3.3.1 e 3.3.2), apresentando-se problemas relacionados ao Eletromagnetismo. Aplicações termodinâmicas como resfriamento e aquecimento de corpos envolvendo a lei do resfriamento de Newton (seção 3.4.1), perda de calor por radiação e a lei de Stefan-Boltzmann (seção 3.4.2) e transporte estacionário de calor (seção 3.4.3) são então discutidos, e o capítulo se encerra com a apresentação de algumas aplicações em Química, Biologia e Economia.

A discussão das técnicas elementares relacionadas às equações diferenciais lineares de ordem superior é feita no capítulo 4. Nele são apresentados os métodos utilizados para as equações diferenciais homogêneas com coeficientes constantes (seção 4.2), além de três métodos para a obtenção de soluções particulares de equações diferenciais, ou seja, o método de coeficientes a determinar (seção 4.3), o método da variação dos parâmetros (seção 4.4) e o método de redução de ordem (seção 4.5). Por fim, é estudada uma equação diferencial especial, com coeficientes variáveis, a equação de Cauchy-Euler (seção 4.6). Tais métodos são aplicados em problemas físicos relevantes no capítulo 5, onde osciladores harmônicos clássicos mecânicos e elétricos são estudados em detalhe. São vistos, em especial, o oscilador harmônico simples (seção 5.1.1), o oscilador harmônico amortecido (seção 5.1.2) e osciladores harmônicos sujeitos a forças externas (seções 5.1.3 a 5.1.5). São investigados também o pêndulo de torção (seção 5.1.6), um oscilador num fluido (seção 5.1.7) e um oscilador sujeito à força gravitacional (seção 5.1.8). Em seguida,

os osciladores RLC e LC (seções 5.2.1 e 5.2.2) são apresentados e discutidos.

O capítulo 6 inicia a apresentação de técnicas de manipulação de equações diferenciais mais sofisticadas, apresentando os métodos de séries e de Fröbenius para resolução de equações diferenciais lineares. Dada a relevância do tema, fez-se necessária uma introdução ao assunto séries, na seção 6.1. A partir daí, o método de séries é apresentado, discutido e exemplificado, na seção 6.2. Em seguida, passo ao igualmente relevante método de Fröbenius, na seção 6.3, onde ele é apresentado em detalhes, sempre com exemplos. Acredito que, até esse ponto, o livro pode ser utilizado sem problemas num curso introdutório de equações diferenciais. A partir desse ponto, inicia-se a apresentação de várias equações diferenciais extremamente relevantes em Física, sendo que a equação hipergeométrica (seção 6.4.1) ocupa um lugar de destaque no rol das equações diferenciais apresentadas. Algumas dessas equações são discutidas em muito mais detalhes no capítulo 7, em particular as equações de Hermite, de Legendre, de Bessel e de Laguerre.

O capítulo 7, que finaliza este volume, foca a investigação profunda de algumas equações diferenciais que surgem com frequência em aplicações. Como em geral tais equações aparecem em problemas que envolvem a resolução de equações diferenciais parciais, que serão vistas no volume II, a aplicação delas em problemas físicos será vista posteriormente. O objetivo aqui é, então, apresentar de forma detalhada as soluções dessas equações utilizando os métodos de séries e de Fröbenius, discutidos no capítulo 6. Tais soluções podem ser na forma de funções não usuais, como as funções de Bessel, ou polinômios, como os polinômios de Hermite, Legendre e Laguerre. Além disso, elas podem ser obtidas por meio de funções geratrizes, de modo que tais funções são também apresentadas. Representações em termos de expansões em séries e na forma de integrais, além de conexões com funções hipergeométricas, são exploradas, e as famosas fórmulas de Rodrigues para estas funções e polinômios são derivadas em detalhes. Por fim, são estabelecidas relações de ortogonalidade, que serão necessárias posteriormente no volume II. Acredito ser esse um dos capítulos mais importantes de todo o livro, por causa do grande número de problemas físicos cuja solução envolve as equações diferenciais selecionadas e investigadas nesse capítulo.

Três apêndices completam esse volume. O apêndice A discute os quatro sistemas de coordenadas mais importantes em Física, que são os sistemas de coordenadas retangulares (ou cartesianas), polares, cilíndricas e esféricas, apresentando as respectivas coordenadas e equações de transformação de uma para outra, seus versores de base, elementos de arco, área e volume, e os operadores ∇ e ∇^2 , além das operações vetoriais de gradiente, divergente, rotacional e laplaciano, que são utilizadas ao longo do texto, ao passo que o apêndice B apresenta constantes físicas e dados úteis em problemas físicos. Por fim, as respostas de alguns exercícios podem ser encontradas no apêndice C, o qual é seguido por uma lista contendo as referências bibliográficas utilizadas e sugestões de livros para consulta.

Espero que o livro contribua para uma melhor compreensão dos fenômenos físicos, que ele responda a possíveis perguntas e dúvidas e, principalmente, que estimule a formulação de novas, despertando a curiosidade pela pesquisa, tanto teórica quanto experimental. Parabêniso a Todapalavra Editora pelo excelente trabalho editorial realizado e solicito que sugestões, críticas e comentários sejam enviados a ela ou diretamente a mim.

Por fim, gostaria de dedicar o livro a minha querida companheira, namorada, amiga e esposa Danieli, ressaltando sua paciência e seu incentivo durante a elaboração do mesmo.

Kleber Daum Machado
Departamento de Física
Universidade Federal do Paraná
kleber@fisica.ufpr.br
<http://fisica.ufpr.br/kleber>
13 de julho de 2011
