

# SUMÁRIO

<b>Prefácio</b>	<b>11</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>15</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>19</b>
<b>1 Conceitos Iniciais</b>	<b>21</b>
<b>2 Equações Diferenciais Ordinárias de Primeira Ordem</b>	<b>39</b>
2.1 Equações Diferenciais de Primeira Ordem Separáveis . . . . .	41
2.2 Equações Diferenciais de Primeira Ordem Homogêneas . . . . .	45
2.3 Equações Diferenciais Exatas . . . . .	55
2.4 Equações Diferenciais Lineares . . . . .	75
2.5 Equações Especiais de Primeira Ordem . . . . .	81
2.5.1 Equação de Bernoulli . . . . .	81
2.5.2 Equação de Riccati . . . . .	87
2.5.3 Equação de Clairaut . . . . .	93
2.5.4 Equação de d'Alembert . . . . .	100
2.6 Miscelânea . . . . .	107
2.7 Exercícios . . . . .	126
<b>3 Aplicações de Equações Diferenciais de Primeira Ordem</b>	<b>131</b>
3.1 Curvas Oblíquas e Ortogonais . . . . .	131
3.2 Mecânica Newtoniana . . . . .	146
3.2.1 Translação num Plano Inclinado . . . . .	146
3.2.2 Rotação num Plano Inclinado . . . . .	153
3.2.3 Movimentos Verticais . . . . .	157
I Queda Livre Vertical . . . . .	157
II Lançamento Vertical para Cima . . . . .	163
III Velocidade de Escape . . . . .	171

---

3.2.4	Movimento de Projéteis . . . . .	173
	I Lançamento sem Resistência do Ar . . . . .	173
	II Lançamento com Resistência do Ar Proporcional à Velocidade . . . . .	178
3.2.5	Movimento de Foguetes . . . . .	183
3.2.6	Corda Enrolada em torno de um Cilindro . . . . .	190
3.2.7	Estática de Fluidos . . . . .	203
3.2.8	Escoamento de Fluido de um Tanque por um Orifício . . . . .	215
3.3	Eletromagnetismo . . . . .	223
	3.3.1 Circuito RC . . . . .	224
	3.3.2 Circuito RL . . . . .	229
3.4	Termodinâmica . . . . .	233
	3.4.1 Lei do Resfriamento de Newton . . . . .	233
	3.4.2 Lei de Stefan-Boltzmann . . . . .	237
	3.4.3 Fluxo Estacionário de Calor através de uma Parede . . . . .	243
3.5	Outras Aplicações . . . . .	245
	3.5.1 Decaimento Radioativo . . . . .	246
	3.5.2 Crescimento de População . . . . .	248
	3.5.3 Mistura de Fluidos . . . . .	256
	3.5.4 Reações Químicas . . . . .	265
	3.5.5 Taxas de Juros . . . . .	270
3.6	Exercícios . . . . .	272

<b>4</b>	<b>Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de Ordem Superior, I: Técnicas Elementares</b>	<b>279</b>
4.1	Equações Diferenciais Homogêneas de Ordem Superior . . . . .	281
4.2	Equações Diferenciais com Coeficientes Constantes . . . . .	297
	4.2.1 Raízes Reais e Distintas . . . . .	299
	4.2.2 Raízes Reais e Repetidas . . . . .	301
	4.2.3 Raízes Complexas . . . . .	303
4.3	Método dos Coeficientes a Determinar . . . . .	308
4.4	Método da Variação dos Parâmetros . . . . .	322
4.5	Método de Redução de Ordem . . . . .	333
4.6	Equação de Cauchy-Euler . . . . .	339
4.7	Miscelânea . . . . .	344
4.8	Exercícios . . . . .	354

---

<b>5</b>	<b>Aplicações de Equações Diferenciais de Segunda Ordem com Coeficientes Constantes</b>	<b>359</b>
5.1	Mecânica Clássica . . . . .	359
5.1.1	Oscilador Harmônico Simples . . . . .	360
5.1.2	Oscilador Harmônico Amortecido . . . . .	368
	I    Raízes Complexas . . . . .	370
	II   Raízes Reais e Distintas . . . . .	374
	III  Raízes Reais e Iguais . . . . .	376
5.1.3	Oscilador Harmônico Forçado . . . . .	376
5.1.4	Oscilador Harmônico Amortecido Sujeito a uma Força Externa Periódica . . . . .	378
5.1.5	Oscilador Harmônico Simples Sujeito a uma Força Externa Periódica . . . . .	390
5.1.6	Pêndulo de Torção . . . . .	392
5.1.7	Objeto Flutuando num Fluido . . . . .	396
5.1.8	Um Oscilador Gravitacional . . . . .	398
5.2	Eletromagnetismo . . . . .	403
5.2.1	Circuito RLC . . . . .	403
	I    Circuito RLC Subcrítico . . . . .	405
	II   Circuito RLC Supercrítico . . . . .	406
	III  Circuito RLC Crítico . . . . .	406
5.2.2	Circuito LC . . . . .	407
5.3	Exercícios . . . . .	411
<b>6</b>	<b>Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de Ordem Superior, II: Métodos de Séries e Fröbenius</b>	<b>417</b>
6.1	Conceitos Fundamentais Envolvendo Séries . . . . .	418
6.2	Método de Séries . . . . .	429
6.3	Método de Fröbenius . . . . .	444
6.4	Equações Diferenciais Especiais . . . . .	459
6.4.1	Equação de Gauss ou Hipergeométrica . . . . .	459
6.4.2	Equação de Jacobi . . . . .	477
6.4.3	Equação de Gegenbauer . . . . .	483
6.4.4	Equação de Chebyshev . . . . .	484
6.4.5	Equação de Legendre . . . . .	489
6.4.6	Equação Hipergeométrica Confluyente . . . . .	489
6.4.7	Equação de Laguerre Generalizada . . . . .	495
6.4.8	Equação de Laguerre . . . . .	496
6.4.9	Equação de Hermite . . . . .	497
6.4.10	Equação de Whittaker . . . . .	501
6.4.11	Equação de Bessel Modificada . . . . .	504

---

6.4.12	Equação de Bessel . . . . .	506
6.5	Exercícios . . . . .	510
<b>7</b>	<b>Aplicações dos Métodos de Séries e Fröbenius</b>	<b>519</b>
7.1	Equação de Hermite e Oscilador Harmônico Quântico . . . . .	519
7.1.1	Resolução da Equação de Hermite . . . . .	524
7.1.2	Função Geratriz de Hermite . . . . .	537
7.1.3	Relação de Ortogonalidade para os Polinômios de Hermite . . .	540
7.2	Equação de Legendre . . . . .	547
7.2.1	Resolução da Equação de Legendre . . . . .	550
7.2.2	Função Geratriz de Legendre . . . . .	564
7.2.3	Fórmula de Rodrigues para os Polinômios de Legendre . . . . .	576
7.2.4	Relação de Ortogonalidade para os Polinômios de Legendre . .	578
7.2.5	Funções de Legendre de Segundo Tipo . . . . .	583
7.2.6	Equação de Legendre Generalizada . . . . .	585
7.2.7	Função Geratriz de Legendre Generalizada . . . . .	592
7.2.8	Relação de Ortogonalidade para os Polinômios de Legendre Generalizados . . . . .	599
7.3	Equação de Bessel . . . . .	605
7.3.1	Resolução da Equação de Bessel . . . . .	606
	I Solução para $2\nu$ Não-Inteiro . . . . .	613
	II Solução para $\nu$ Semi-Inteiro . . . . .	614
	III Solução para $\nu$ Inteiro . . . . .	615
7.3.2	Funções de Neumann . . . . .	628
7.3.3	Função Geratriz das Funções de Bessel . . . . .	639
7.3.4	Relação de Ortogonalidade das Funções de Bessel . . . . .	645
7.3.5	Funções de Bessel Modificadas . . . . .	653
7.4	Equação de Laguerre . . . . .	654
7.4.1	Resolução da Equação de Laguerre . . . . .	654
7.4.2	Fórmula de Rodrigues para os Polinômios de Laguerre . . . . .	658
7.4.3	Função Geratriz dos Polinômios de Laguerre . . . . .	660
7.4.4	Relação de Ortogonalidade para os Polinômios de Laguerre . .	667
7.4.5	Equação de Laguerre Generalizada . . . . .	671
7.4.6	Função Geratriz para os Polinômios de Laguerre Generalizados . . . . .	676
7.4.7	Fórmula de Rodrigues para os Polinômios de Laguerre Generalizados . . . . .	679
7.4.8	Relação de Ortogonalidade para os Polinômios de Laguerre Generalizados . . . . .	681
7.5	Exercícios . . . . .	684

---

<b>Apêndices</b>	<b>695</b>
<b>A Sistemas de Coordenadas</b>	<b>695</b>
A.1 Coordenadas Retangulares ou Cartesianas . . . . .	695
A.2 Coordenadas Polares . . . . .	701
A.3 Coordenadas Cilíndricas . . . . .	708
A.4 Coordenadas Esféricas . . . . .	714
<b>B Constantes Físicas</b>	<b>729</b>
<b>C Soluções para Alguns dos Problemas Propostos</b>	<b>731</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>739</b>
<b>Índice Remissivo</b>	<b>741</b>

---